

## Finał konkursu Piramida 2018      Matematyka

Imię i nazwisko członków zespołu :

1. ....
2. ....
3. ....

### **Zadanie1 (3 pkt)**

Funkcja  $f$  określona jest na zbiorze wszystkich liczb naturalnych wzorem:

$$f(n) = \begin{cases} n + 5, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą nieparzystą} \\ 0,5n, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą parzystą.} \end{cases}$$

Wyznacz zbiór tych liczb  $k$ , dla których  $f(f(f(k))) = 35$ .

### **Zadanie 2 (3 pkt)**

Wykaż, że dla każdego  $a \neq 0$  wykres funkcji

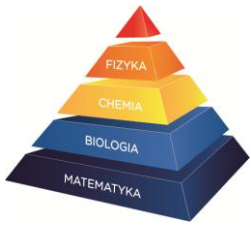
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{ma środek symetrii.}$$

**Zadanie 3 (3 pkt)**

Wykaż, że każdy okrąg o środku w punkcie  $S(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  przechodzi przez co najwyżej jeden punkt o obu współrzędnych całkowitych.

**Zadanie 4 (3 pkt)**

Wyznacz sumę wszystkich liczb, które możemy uzyskać przestawiając cyfry liczby 54321.



## Finał konkursu Piramida 2018      Matematyka

Imię i nazwisko członków zespołu :

1. ....
2. ....
3. ....

### **Zadanie 5 (3 pkt)**

Wiedząc, że  $x > 0$  i  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ , oblicz  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ .